

数値解析とは何か？

例えば、物理現象に対する理論的な説明等がニュートンが微分積分を作ってから可能となってきた。この理論的説明とは、ある仮定を設定しその仮定がどのくらい正しいのかを考え、それを実証しなければならない。実際に初期の物理現象は実証のための実験は困難ではなかったが、近年の物理現象は原子、素粒子レベルの説明が必要であり、この実験は非常に困難となっている。そこで、仮定に基づきシミュレーションを行い、それがどの程度現実に則しているかを考えることが必要となってきた。よって、仮定に基づく計算を行うわけだが、それは膨大な計算を必要とするため、多くの人々が必要とされるか、または、長い時間が必要であった。

近年はコンピュータの発達により、その膨大な計算をさせることが可能となってきたが、コンピュータは離散的な値しか扱うことができないため、数式ではなく数値によらなければならない。しかしながら、数値で扱うには誤差などの要因を考えねばならず、その誤差をどのように小さくするか、また、膨大な計算を如何に早くさせるか等が課題として挙げられた。

本数値解析ではこの誤差を如何に小さくするか、膨大な計算を如何に早くさせるかという課題に対し、先人達が今まで積み上げてきたことの基礎を学ぶことを目的とする。

そして、その基礎を土台にして今後種々の事柄に対し対処できるように実力をつけていくことである。

解析的な解を求めるのが困難な場合

- 高度な数学の知識が必要
 - 膨大な解析値
-

これらを複雑な数式から簡単な代数式に置き換え、解そのものを数値だけで扱う。

電子計算機の登場により、膨大な数値を扱うことは困難では無くなった。

現在、数値解析と言えば、コンピュータ（電子計算機）を用いた数学的な解法を指す。

数学的な解を計算機にさせるためには、従来の数学的な考え（例えば微分、積分を単純に行わせる）ではなく、計算を行わせる手順について考慮する必要がある。

↳ **アルゴリズム**

数値解析の応用としては以下のようなものがある。

- 流体解析
- 熱解析
- 磁気解析
- コンピュータ・グラフィック (CG)
- 品質管理

高度な偏微分方程式を扱う

計算手段としては

- ・自分でプログラミングをする C言語, Fortran言語等
- ・数値解析ソフトウェアを使う Mathcad等
- ・表計算ソフトウェアを使う Excel, Lotus123等

どの計算手段を用いても、膨大な数値を扱うことには変わりはない。

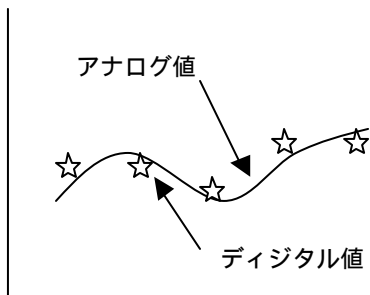
解析的手法と数値解析手法の違い。

解析的手法：解が式の形である場合が多い。

つまり、解としては連続した値を持つ、アナログ的な感じである。

数値解析手法：解が数値として必ず算出される。

つまり、解としては離散的な値を持つ (デジタル値)



あくまでも数値として計算機内で扱うため、計算機のメモリ等の制限や、デジタル化による誤差が発生してしまう。

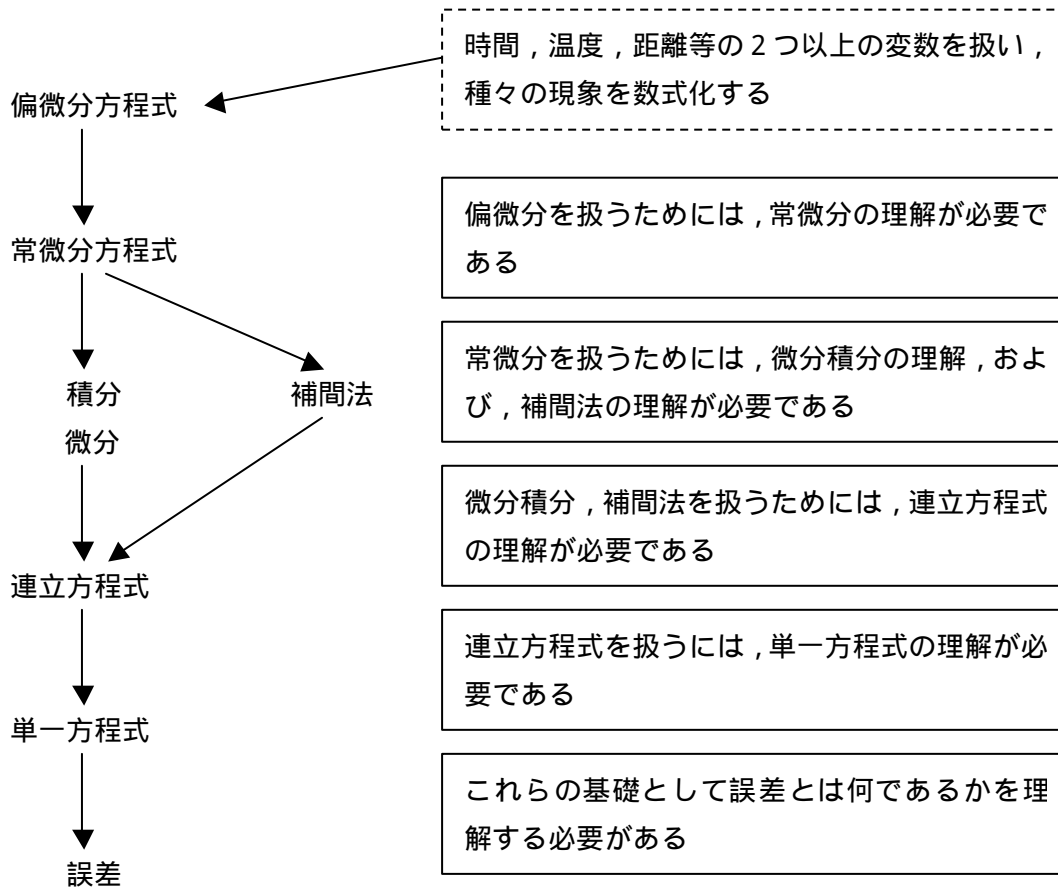
数値解析の手法は、如何に誤差を小さくするかという誤差との戦いの歴史でもある。

よって、数値解析には誤差は付き物であるという基本的な考えのもと、如何に近似計算を本来の解に近づけていくことができるかということであり、誤差の程度を予想して数値解析の手法を選ぶことが必要である。

厳密な誤差の算出は不可能に近い

数値解析の進め方

本数値解析は最終的には偏微分方程式が扱えることを目的とする。



数値解析はこのように一連の流れとなっており, よって, 誤差の考え方から上部へ遡ることで, 最終的な偏微分方程式の数値解析手法を理解することにある。

数値解析は極端に言えばコンピュータを用いることを前提とした解法であり, 方程式を解くために人が膨大な数値を前にすることはなく, 解析解の様に方程式をスマートに解くこともない。よって, 連続値と離散値の違いを理解していることが前提となる。

本数値解析は以下の構成となっている。

- # 2 では数値解析の基礎として，数値解析の概要と誤差について述べる。
- # 3 では単一方程式として，逐次代入法，逐次二分法，はさみうち法，ニュートン・ラフソン法について述べる。
- # 4 では連立方程式として，ガウス・ジョルダン法，ガウス・ジョルダン法による逆行列について述べる。
- # 5 ではガウスの消去法，最大ピボット選択法について述べる。
- # 6 では固有値問題，連立非線形方程式，二変数の場合のニュートンラフソン法について述べる。
- # 7 では補間法と関数近似として，ラグランジェの補間多項式，スプライン法，最小二乗法について述べる。
- # 8 では数値微分として，差分に基づいた方法を述べる。
- # 9 では数値積分として，台形法，シンプソン法，二重積分について述べる。
- # 10 では常微分方程式として初期値問題を挙げ，オイラー法，改良オイラー法，修正オイラー法について述べる。
- # 11 では常微分方程式としてルンゲクッタ法，および，連立微分方程式について述べる。
- # 12 では境界値問題の考え方を述べ，偏微分方程式の基礎，種類，境界条件と初期条件，導関数の差分表示，境界条件，ラプラス方程式について述べる。
- # 13 では偏微分方程式における不等間隔格子による解法，大型連立一次方程式の解法，波動方程式，熱伝導方程式について述べる。

基本的には以上までの項目が数値解析として述べることである。しかし，数値解析的な方法としてそれ以外にも技術的分野で用いられている解法がある。

- # 14 では数値解析として非常に有効な他の方法として，有限要素法，高速フーリエ変換 (FFT)，ウェーブレット変換 (Wavelet)，多変量解析等について簡単に述べる。

以上が本数値解析で述べることである。一連のことを学ぶことで数値解析的な考え方が若干なりとも理解することができるはずである。